ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ) ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1) Θεωρία βιβλίο σελ.16

Α2) α) Λάθος β) Σωστό γ) Λάθος

Α3) α) $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

β) $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

γ) $(\sigma\upsilon\nu x)'=-\eta\mu x$

Α4) Απόδειξη βιβλίο σελ.28-29

ΘΕΜΑ Β

Β1)

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
σύνολο	50	100	---	---

Μας δίνεται ότι το 40% δεν διάβασε κανένα βιβλίο, άρα $f_1\%=40$
Άρα και $F_1\%=40$
$f_2=F_2-F_1=70-40=30$
$f_3=F_3-F_2=90-70=20$

Επομένως $f_3=\frac{v_3}{v}\Rightarrow 0,2=\frac{10}{v}\Rightarrow 0,2\cdot v=10\Rightarrow v=\frac{10}{0,2}\Rightarrow v=50$

Αφού βρήκαμε το v συμπληρώνουμε και ότι μένει από τον τύπο $f_i=\frac{v_i}{v}$

Β2) $f_4\%=10\%$

Β3) $v_2+v_3+v_4=30$

Β4) $f_1\%+f_2\%+f_3\%=90\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Αφού διέρχεται απο το σημείο Α(-1,-2) άρα οι συντεταγμένες αυτού του σημείου επαληθεύουν την συνάρτηση. Άρα ισχύει $f(-1)=-2$

$$\Rightarrow(-1)^3-\lambda(-1)^2+2=-2$$
$$\Rightarrow -1-\lambda+2=-2$$
$$\Rightarrow -\lambda=-3$$
$$\Rightarrow \lambda=3$$

Γ2) Άρα η συνάρτηση είναι η $f(x)=x^3-3x^2+2$

$f'(x)=3x^2-6x$

$f''(x)=6x-6$

Γ3) Λύνουμε $f'(x)=0$

$$\Rightarrow 3x^2-6x=0\Rightarrow 3x(x-2)=0$$
$$\Rightarrow x=0 \quad \text{ή} \quad x=2$$

επομένως η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,0)$ και $(2,+\infty)$

και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(0,2)$

και έχει τοπικό μέγιστο όταν $x=0$ το $f(0)=2$

και τοπικό ελάχιστο όταν $x=2$ το $f(2)=2^3-3\cdot 2^2+2=8-12+2=-2$

Γ4) $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-6x+3}{6x-6}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-2x+1)}{6(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)^2}{6(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{2}(x-1)=\frac{1}{2}(1-1)=0$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1)

$f'(x)=20\cdot(x^2+4x+5)^{19}\cdot(x^2+4x+5)'=20\cdot(x^2+4x+5)^{19}\cdot(2x+4)=20\cdot(x^2+4x+5)^{19}\cdot 2\cdot(x+2)$

$= \quad 40\cdot(x^2+4x+5)^{19}\cdot(x+2)$

Δ2) Το όριο που μας ζητάει είναι ο ορισμός της παραγώγου για $x_0=-2$

Άρα $f'(-2)=40((-2)^2+4(-2)+5)^{19}\cdot(-2+2)=0$

Δ3) Η εφαπτομένη θα είναι $y=\lambda x+\beta$ ή αλλιώς $y=f'(x_0)\cdot x+\beta$

Αφού μας λέει ότι είναι παράλληλη στον $x'x$ άρα $f'(x_0)=0$

Δηλαδή $40\cdot(x^2+4x+5)^{19}\cdot(x+2)=0$

επομένως ή (x^2+4x+5) ή $x+2=0$

Η πρώτη δεν έχει λύσεις γιατί Δ=-4 <0 , άρα $x_0=-2$ η μοναδική λύση από την δεύτερη εξίσωση.

Επομένως η εφαπτομένη είναι $y=f'(-2)x+\beta$ δηλαδή $y=0\cdot x+\beta$ άρα $y=\beta$

και στο $x_0=-2$ έχουμε $y=f(-2)=((-2)^2+4(-2)+5)^{20}=(4-8+5)^{20}=1^{20}=1$

Άρα β=1 επομένως εφαπτομένη η $y=1$ όντως.

Δ4) Απόσταση των σημείων Α και Ο είναι $AO=d=\sqrt{(x-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{x^2+1}$

Άρα $d(x)=\sqrt{x^2+1}$

Ρυθμός μεταβολής της απόστασης, δηλαδή ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης που φτιάξαμε, άρα

$d'(x)=(\sqrt{x^2+1})'=\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\cdot(x^2+1)'=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Επομένως για $x=1$ που μας ζητάνε $d'(1)=\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Απαντήσεις: Θάνος Μαϊμάρης